

## 1 Aufgaben

### 1.1 Rechenregeln

Berechnen und vereinfachen Sie folgende Ausdrücke (möglichst ohne Taschenrechner). Versuchen Sie, die Rechengesetze geschickt einzusetzen.

- $49 : (3 + 4) - 50 : 5 \cdot 2 + 3^3 : 3 + (3 - 1)^3$
- $4x^2 - (x - 1) \cdot 4 \cdot x$

### 1.2 Summen- und Produktzeichen

Berechnen Sie folgende Ausdrücke.

- $\sum_{i=1}^4 i$
- $\prod_{i=1}^4 i$

### 1.3 Bruchrechnen

Berechnen Sie den folgenden Ausdruck (möglichst ohne Taschenrechner). Kürzen Sie das Ergebnis soweit möglich.

- $\frac{4}{5} - \frac{4}{6} + \frac{1}{15} - \frac{2}{30}$
- $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{5}{15} + \frac{2}{5} : \frac{3}{2}$

Ordnen Sie die folgenden Brüche der Größe nach.

- $\frac{2}{9}, \frac{4}{7}, \frac{4}{9}$

### 1.4 Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen.

- $4x - 7 = 3x + 18$
- $x^2 + 4x - 12 = 0$
- $2x^2 - 20 = x^2 - 4$

## 1.5 Potenzrechnung und Wurzelrechnung

Zeigen Sie (möglichst ohne Taschenrechner), indem Sie die linke Seite der folgenden Gleichungen vereinfachen.

- $2^{-3} \cdot \frac{2^5}{2^3} = \frac{1}{2}$
- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2^4} - 27^{\frac{1}{3}} = -1$

Lösen Sie die folgende Gleichung nach  $y$  auf und bestimmen Sie einen zu  $x = 1$  gehörigen Wert von  $y$ .

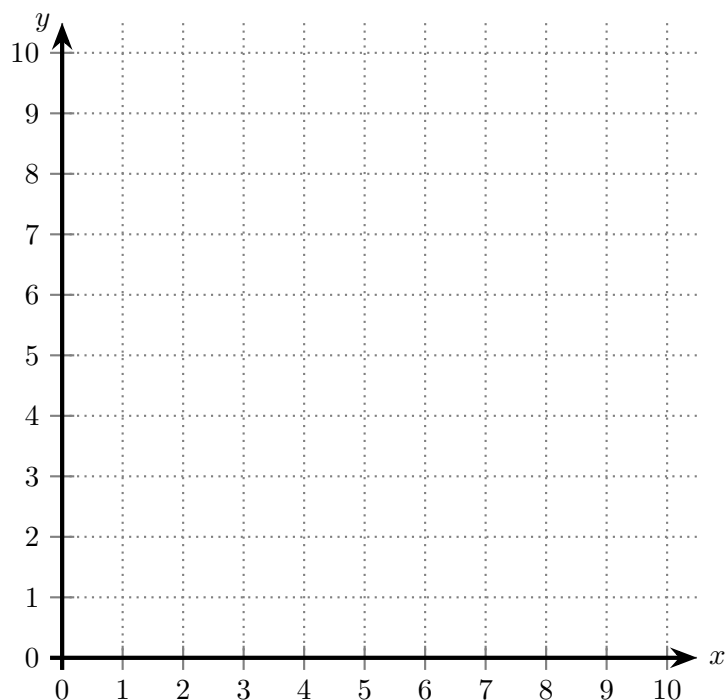
- $x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 4$

## 1.6 Einführung in die Funktionslehre

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen im Bereich  $\{x : 0 \leq x \leq 10\}$ , indem Sie eine Wertetabelle erstellen und die Funktionen dann in das Koordinatensystem einzeichnen. Berechnen Sie im Anschluss die Schnittpunkte der beiden Funktionen.

- $f(x) = -\frac{1}{2}x + 7$
- $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 10$

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$											
$g(x)$											



## 2 Lösungen

### 2.1 Rechenregeln

- $49 : (3 + 4) - 50 : 5 \cdot 2 + 3^3 : 3 + (3 - 1)^3$   
 $= 49 : 7 - 10 \cdot 2 + 3^2 + 2^3$   
 $= 7 - 20 + 9 + 8 = 4$
- $4x^2 - (x - 1) \cdot 4 \cdot x$   
 $= 4x^2 - x \cdot 4 \cdot x - (-1) \cdot 4x$   
 $= 4x^2 - 4x^2 + 4x = 4x$

### 2.2 Summen- und Produktzeichen

Berechnen Sie folgende Ausdrücke.

- $\sum_{i=1}^4 i = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$
- $\prod_{i=1}^4 i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

### 2.3 Bruchrechnen

Berechnen Sie den folgenden Ausdruck (möglichst ohne Taschenrechner). Kürzen Sie das Ergebnis soweit möglich.

- $\frac{4}{5} - \frac{4}{6} + \frac{1}{15} - \frac{2}{30}$   
 $= \frac{4 \cdot 6}{30} - \frac{4 \cdot 5}{30} + \frac{1 \cdot 2}{30} - \frac{2}{30}$   
 $= \frac{24}{30} - \frac{20}{30} + \frac{2}{30} - \frac{2}{30}$   
 $= \frac{24 - 20 + 2 - 2}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$
- $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} - \frac{5}{15} + \frac{2}{5} : \frac{3}{2}$   
 $= \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} - \frac{5}{15} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$   
 $= \frac{8}{15} - \frac{5}{15} + \frac{4}{15} = \frac{8 - 5 + 4}{15} = \frac{7}{15}$

Ordnen Sie die folgenden Brüche der Größe nach.

- $\frac{4}{7} > \frac{4}{9}$  (da gleicher Zähler und  $\frac{1}{7} > \frac{1}{9}$ ), und  $\frac{4}{9} > \frac{2}{9}$  (da gleicher Nenner).  
Deshalb  $\frac{4}{7} > \frac{4}{9} > \frac{2}{9}$ .

## 2.4 Lösen von linearen und quadratischen Gleichungen

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen.

- $4x - 7 = 3x + 18 \quad | + 7$   
 $4x = 3x + 25 \quad | - 3x$   
 $x = 25$
- $x^2 + 4x - 12 = 0$   
Mit  $p$ - $q$ -Formel und  $p = 4, q = -12, w = \frac{p^2}{4} - q = \frac{4^2}{4} - (-12) = 16 > 0$ :  
 $x_1 = \frac{-p}{2} + \sqrt{w} = \frac{-4}{2} + \sqrt{16} = 2$  und  $x_2 = \frac{-p}{2} - \sqrt{w} = \frac{-4}{2} - \sqrt{16} = -6$ .
- $2x^2 - 20 = x^2 - 4 \quad | - x^2 + 4$   
 $x^2 - 16 = 0$   
Mit  $p$ - $q$ -Formel und  $p = 0, q = -16, w = \frac{p^2}{4} - q = \frac{0^2}{4} - (-16) = 16 > 0$ :  
 $x_1 = \frac{-p}{2} + \sqrt{w} = \frac{0}{2} + \sqrt{16} = 4$  und  $x_2 = \frac{-p}{2} - \sqrt{w} = \frac{0}{2} - \sqrt{16} = -4$ .

## 2.5 Potenzrechnung und Wurzelrechnung

Zeigen Sie (möglichst ohne Taschenrechner), indem Sie die linke Seite der folgenden Gleichungen vereinfachen.

- $2^{-3} \cdot \frac{2^5}{2^3} =$   
 $\frac{1}{2^3} \cdot \frac{2^5}{2^3} =$   
 $\frac{2^5}{2^3 \cdot 2^3} =$   
 $\frac{2^5}{2^6} = \frac{1}{2}$
- $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2^4} - 27^{\frac{1}{3}} =$   
 $2^{\frac{1}{3}} \cdot (2^4)^{\frac{1}{6}} - \sqrt[3]{27} =$   
 $2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{6}} - 3 =$   
 $2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} - 3 =$   
 $2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} - 3 = 2 - 3 = -1$

Lösen Sie die folgende Gleichung nach  $y$  auf und bestimmen Sie einen zu  $x = 1$  gehörigen Wert von  $y$ .

- $x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{2}{3}} = 4 \quad | : x^{\frac{1}{2}}$

$$y^{\frac{2}{3}} = \frac{4}{x^{\frac{1}{2}}}$$

$$y^{\frac{2}{3}} = 4x^{-\frac{1}{2}}$$

$$y = \left(4x^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Für  $x = 1$ :  $y = \left(4 \cdot 1^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} = \sqrt{4}^3 = 2^3 = 8$ .

## 2.6 Einführung in die Funktionslehre

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen im Bereich  $\{x : 0 \leq x \leq 10\}$ , indem Sie eine Wertetabelle erstellen und die Funktionen dann in das Koordinatensystem einzeichnen. Berechnen Sie im Anschluss die Schnittpunkte der beiden Funktionen.

- $f(x) = -\frac{1}{2}x + 7$

- $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 10$

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12
$g(x)$	10	7,25	5	3,25	2	1,25	1	1,25	2	3,25	5

$$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 10 = -\frac{1}{2}x + 7 \quad | + \frac{1}{2}x - 7$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 3x + 10 + \frac{1}{2}x - 7 = 0$$

$$\frac{1}{4}x^2 - 2,5x + 3 = 0$$

Mitternachtsformel mit  $a = \frac{1}{4}$ ,  $b = -2,5$ ,  $c = 3$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2,5) + \sqrt{(-2,5)^2 - 4 \cdot 0,25 \cdot 3}}{2 \cdot 0,25} \\ &= \frac{2,5 + \sqrt{6,25 - 3}}{0,5} \\ &= \frac{2,5 + \sqrt{3,25}}{0,5} \approx 8,61 \quad \rightarrow (8,61|2,69) \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{2,5 - \sqrt{3,25}}{0,5} \approx 1,39 \quad \rightarrow (1,39|6,30) \end{aligned}$$

